

**60-minütige Klausur zur Vorlesung „Statistik II für Studierende der Wirtschaftswissenschaften“
aus dem Sommersemester 2017**

Prof. Dr. Helmut Küchenhoff

Ludwig-Maximilians-Universität München, Institut für Statistik

-
- **Hinweis:** In der Probeklausur können nur maximal 48 Punkte erreicht werden. Dementsprechend sollten Sie dies im Hinblick auf die Zeit berücksichtigen und sich für die Probeklausur an einer Bearbeitungszeit von 48 Minuten orientieren.
-

- **Überprüfen Sie bitte, ob Ihre Angabe vollständig ist.** Diese Angabe sollte (inklusive dieser Seite) 11 Seiten mit insgesamt 4 Aufgaben umfassen. Alle 4 Aufgaben sind zu bearbeiten.
- Füllen Sie bitte das untenstehende Formular umgehend aus. Schreiben Sie bitte leserlich.
- Halten Sie für die Ausweiskontrolle bitte einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Reisepass, Führerschein) und Ihren Studentenausweis bereit.
- Verwenden Sie für Ihre Notizen und Lösungen ausschließlich die Ihnen zur Verfügung gestellten Papierbögen und die Angabe. Kennzeichnen Sie jeden zur Abgabe vorgesehenen Bogen mit Namen und Matrikelnummer. Geben Sie außerdem die jeweilige Aufgabennummer (auch die der Teilaufgaben) an.
- Alle Lösungen müssen nachvollziehbar sein. Dazu gehört auch lesbare Schrift. Die Ergebnisse müssen klar erkennbar und zuzuordnen sein. Nur die in den Kästen eingetragenen Ergebnisse werden bepunktet; falls der Platz in einem der Kästen nicht ausreicht, muss im betreffenden Kasten ein Verweis zur Lösung zu finden sein. Runden Sie Zwischenergebnisse, Maßzahlen und Anteile auf die vierte Nachkommastelle, absolute Häufigkeiten auf ganze Zahlen. Wenn Formeln gefordert sind, werden diese auch bewertet.
- Es darf nicht mit Bleistift oder ähnlichen Stiften geschrieben werden.
- Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, ohne Graphik-Funktion) und alle Unterlagen (open-book) in ausgedruckter, nicht-elektronischer Form.
- Bei Unterschleif erfolgt eine Meldung an das Prüfungsamt. Sie sind verpflichtet, durch Ihr Verhalten jegliche Missverständnisse diesbezüglich auszuschließen. Sorgen Sie insbesondere dafür, dass sich keinerlei Mobiltelefone und Uhren an Ihrem Arbeitsplatz befinden.
- Ein Toilettenbesuch ist nicht vorgesehen. In sehr dringenden Ausnahmefällen wenden Sie sich bitte an die Aufsicht.
- Verlassen Sie den Prüfungsraum erst, nachdem Sie der Aufsicht die Klausur persönlich übergeben haben. Für den Eingang der kompletten Klausur (Notizen Angabe mit Ihren Lösungen, dieses Deckblatt) bei der Aufsicht sind Sie selbst verantwortlich.
- Bitte verlassen Sie nach der Klausur den Hörsaaltrakt zügig und leise, damit Sie die Teilnehmer anderer Klausuren nicht stören.

Ich bestätige, dass ich obige Hinweise zur Kenntnis genommen habe und sie befolgen werde.

Name: _____ Vorname: _____

Matrikelnummer: _____ Unterschrift: _____

Punkteverteilung (bitte für Korrektoren frei lassen!)

1	2	3	4	Σ

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}c & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Welche Eigenschaften muss $f(x)$ für eine gültige Dichtefunktion erfüllen?

Eigenschaften einer Dichte:

- b) Bestimmen Sie c so, dass $f(x)$ eine gültige Dichte ist.

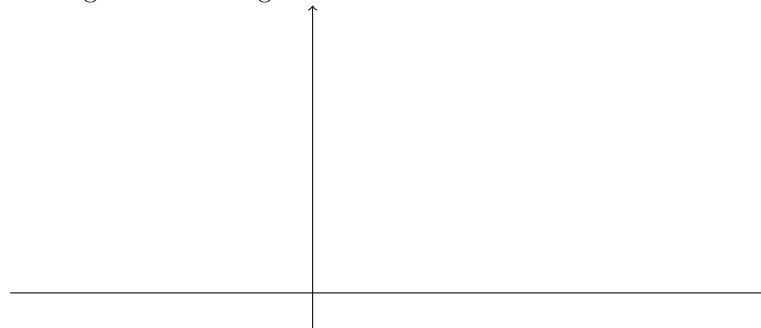
Gültiger Wert für c :

- c) Geben Sie die zugehörige Verteilungsfunktion an. Setzen Sie das gültige c ein.

Verteilungsfunktion:

- d) Skizzieren Sie die zugehörige Verteilungsfunktion. Achten Sie auf eine *sorgfältige* Achsenbeschriftung!

Graphische Darstellung der Verteilungsfunktion:



- e) Seien im folgenden die drei Zufallsvariablen $X_1 \sim N(2, 4)$, $X_2 \sim N(3, 9)$ und $X_3 \sim N(1, 2)$ gegeben. X_3 ist sowohl unabhängig von X_1 als auch von X_2 . Weiter sind die Variablen X_1 und X_2 mit dem Wert $\frac{1}{2}$ korreliert, d.h. $\rho(X_1, X_2) = \frac{1}{2}$. Sie betrachten nun die Zufallsvariable $Z = X_1 + X_2 + X_3$.
- i.) Bestimmen Sie den Erwartungswert von Z .

Erwartungswert von Z :

- ii.) Bestimmen Sie die Varianz von Z .

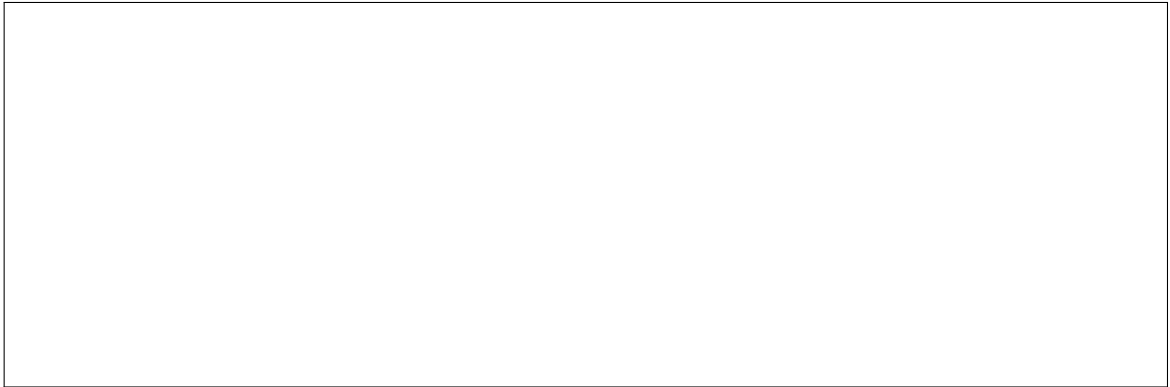
Varianz von Z :

Gegeben sind folgende Wahrscheinlichkeiten:

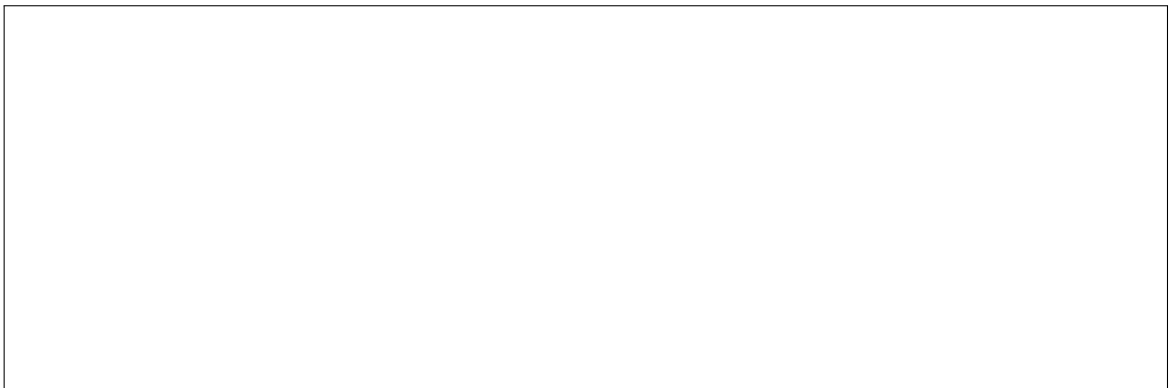
$$P(A) = 0,3, \quad P(B|A) = 0,5 \quad \text{und} \quad P(B) = 0,6.$$

Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

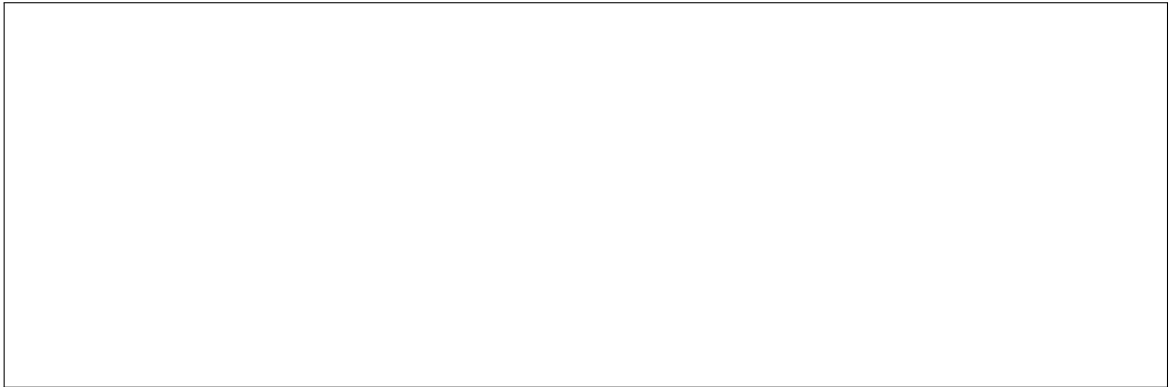
a) $P(\bar{B})$



b) $P(A \cup \bar{A})$



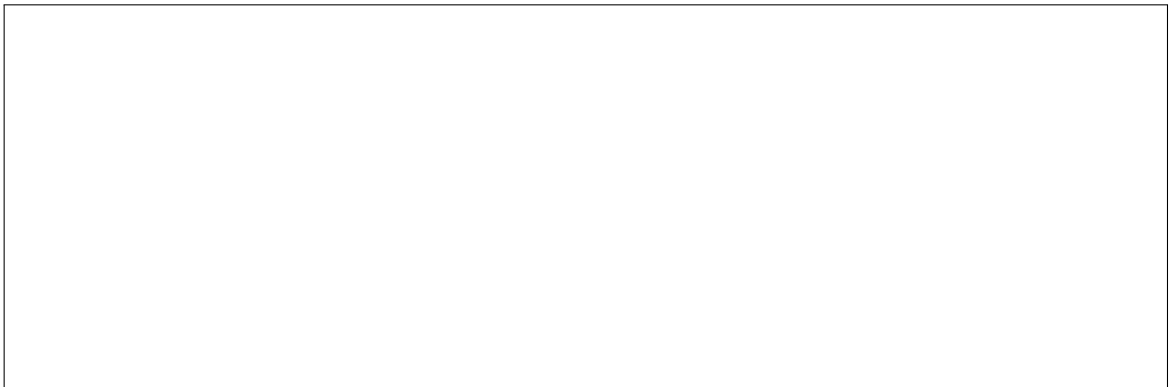
c) $P(A|B)$



Gegeben seien nun zwei weitere unabhängige Ereignisse $P(C) = 0,3$ und $P(D) = 0,6$.

Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeit:

d) $P(C \cup D)$



Beim Basketball ist man an der Trefferquote π eines Spielers interessiert. Nehmen Sie an, dass ein Spieler zwischen den Erfolgen die folgenden Anzahlen an Fehlerversuchen hatte:

1, 0, 2, 3, 0, 1, 0, 0, 2, 2.

- a) Geben Sie die Likelihood und die Loglikelihood-Funktion für dieses Beispiel an.

Likelihood:

Loglikelihood:

- b) Bestimmen Sie analytisch den Maximum-Likelihood-Schätzer von π .

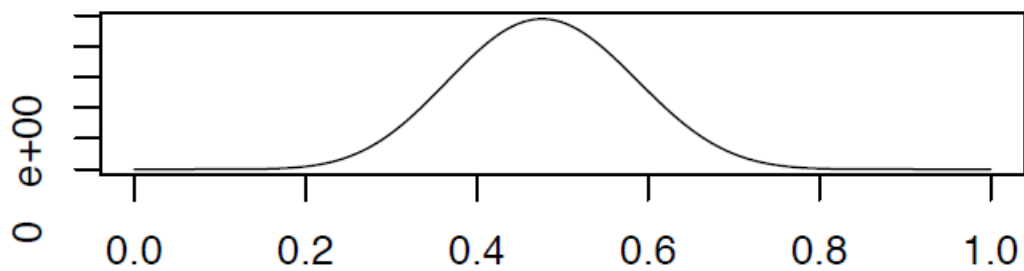
Bestimmung des Maximum-Likelihood-Schätzers:

- c) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der Fehlversuche zwischen zwei Treffern? Begründen Sie Ihre Antwort.

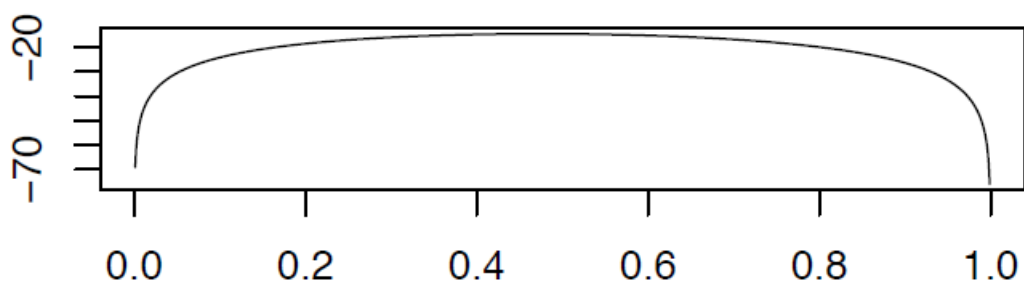
Antwort:

Begründung:

- d) Sie sehen den Verlauf zweier Funktionen. Bestimmen Sie, welche dieser beiden Grafiken die Likelihood bzw. die Loglikelihood darstellt und begründen Sie Ihre Entscheidung. Ermitteln Sie des Weiteren mit Hilfe der Graphik den ML-Schätzer. Beschreiben Sie kurz Ihr Vorgehen.



Erfolgswahrscheinlichkeit



Erfolgswahrscheinlichkeit

Zuordnung Grafiken (oben/unten) und Begründung:

Angabe des ML-Schätzers:

Zum Lösen dieser Aufgabe stehen Ihnen folgende Quantile zur Verfügung:

$$z_{0.9995} = 3.29; \quad z_{0.999} = 3.09; \quad z_{0.995} = 2.58; \quad z_{0.99} = 2.33; \quad z_{0.975} = 1.96; \quad z_{0.95} = 1.64;$$

Für eine Analyse des Gebrauchtwagenmarktes von 2014 in Deutschland möchten Sie die Wiederverkaufs-Preise (in 1000 €) für vier Jahre alte VW-Golf Diesel Fahrzeuge mit 110 PS (X). Sie können annehmen, dass die Wiederverkaufs-Preise normalverteilt sind. Aus einer Stichprobe von 500 Fahrzeugen sind Ihnen folgende Größen gegeben:

- $\bar{x} = 11.7565$
- $s = 0.98$

- a) Berechnen und interpretieren Sie ein geeignetes 95%-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Verkaufspreis.

Berechnung:

Interpretation:

- b) Im September 2015 wurde öffentlich bekannt, dass Volkswagen bei Dieselmotoren eine illegale Software zur Verbesserung der Abgaswerte von Dieselfahrzeugen verwendet. Eine weitere unabhängige Stichprobe untersucht den Wiederverkaufs-Preise [in 1000 €] von VW- Golfs mit 110 PS und Dieselmotor, die 2016 vier Jahre alt waren (Y). Auch Y folgt einer Normalverteilung. Es wird nun untersucht ob der Abgaskandal die Wiederverkaufs-Preise negativ beeinflusst.

Nennen Sie einen geeigneten Test zum Vergleichen der Erwartungswerte für die Gebrauchtwagenpreise aus 2014 und 2016 und begründen Sie Ihre Wahl.

Geeigneter Test:

Begründung für die Wahl des Tests:

c) Der Test wird nun via R durchgeführt. Sie erhalten folgenden Output:

```
data: X and Y
t = 2.3849, df = 108.88, p-value = 0.009405
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
161.0511 Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
11773.90 11244.82
```

(i) Welche Hypothesen werden via R getestet?

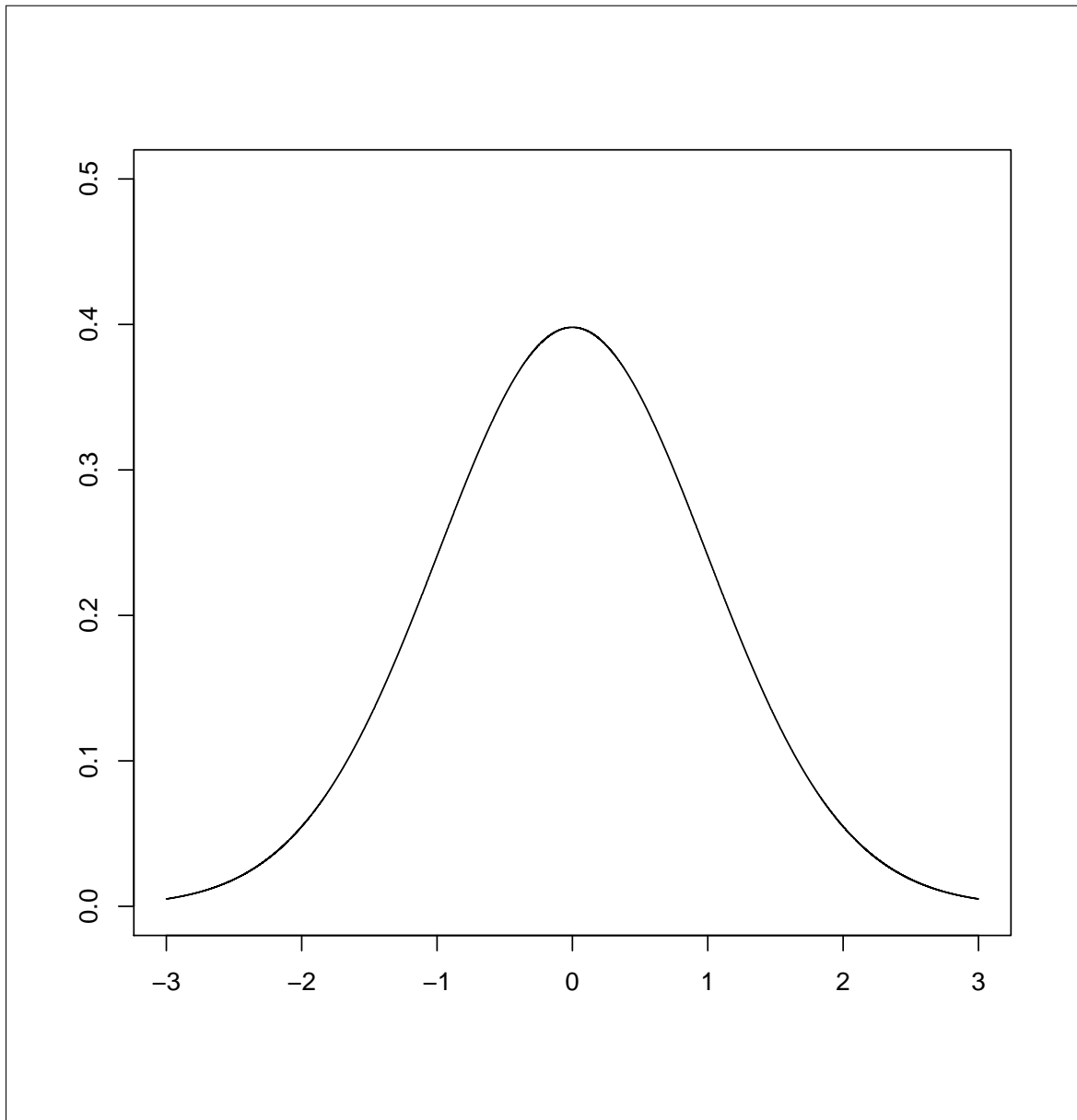
Hypothesen:

(ii) Zu welcher Testentscheidung kommt der Test zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ (inklusive Interpretation). Begründen Sie Ihr Ergebnis.

Testentscheidung:

Begründung:

- d) Man führt den selben Test (mit den selben Daten) als zweiseiten Hypothesentest durch. Skizzieren Sie in der Grafik der Dichtefunktion der Testverteilung den Ablehnbereich von H_0 für den zweiseitigen Test. Geben sie außerdem den exakten p -Wert für den zweiseitigen Hypothesentest an.



Neuer p -Wert:

- e) Welchen Vorteil (im Gegensatz zu oben durchgeführten Test) besitzt ein Wilcoxon Test zum Vergleich der Gebrauchtwagenpreise?

Vorteil: