Hinweis: Für die Lösung der Übung benötigen Sie möglicherweise folgende Quantile der Standardnormalverteilung und der t-Verteilung (Notation: Vorlesungsfolie 277):
$z_{0,975} = 1{,}96$; $z_{0,05} = -1{,}64$; $z_{0,95} = 1{,}64$; $z_{0,025} = -1{,}96$, $z_{0,99} = 2{,}33$
$t^{15}_{0,975} = 2{,}13$; $t^{16}_{0,975} = 2{,}12$; $t^{14}_{0,975} = 2{,}14$; $t^{14}_{0,95} = 1{,}76$; $t^{15}_{0,95} = 1{,}75$

Aufgabe 1: Ihre Firma hat bisher selbst produziert und erwägt nun, die Produktion auszulagern. In Ihrer eigenen Produktion waren nahezu 100% der Waren brauchbar. Die Kosten halbieren sich durch den Umstieg auf den externen Lieferanten, welcher einen Ausschussanteil von unter 50% verspricht. Sie haben jedoch den Verdacht, dass dies nicht der Wahrheit entsprechen könnte. Sie überreden den Lieferanten, dass Sie seine Qualität erst einmal überprüfen wollen, bevor Sie einen Vertrag unterzeichnen. Hierzu liefert er Ihnen zunächst probeweise 100 Stück und Sie entscheiden anhand dieser Stichprobe, ob Sie bei Ihrem Verdacht bleiben oder nicht.

a) Wie lassen sich die Hypothesen statistisch erfassen?

b) Welche Teststatistik ist zur Überprüfung der Hypothesen sinnvoll? Welche Verteilung besitzt sie?

Folgende Szenarien können bei einem Test eintreten:

	H_0 trifft zu	H_1 trifft zu
Testentscheidung für H_0 (H_0 wird beibehalten)	✓	Fehler 2. Art
Testentscheidung für H_1 (H_0 wird abgelehnt)	Fehler 1. Art	✓

c) Wann ist demnach Ihrer Meinung nach ein Test ein guter Test und wann nicht? Mit welchem Problem ist man bei der Suche nach einem besten Test konfrontiert? Wie kann man das Problem in den Griff kriegen?

d) Nach welchen Kriterien sind die Hypothesen bei einem statistischen Test zu wählen?

e) Prüfen Sie mit Hilfe des approximativen Binomialtests, ob der Lieferant die Wahrheit sage, wenn bei 100 Stücken 59 unbrauchbar waren!

Aufgabe 2: Es wird nun wieder die Maschine aus Aufgabe 3 (Blatt 5) betrachtet, welche Werkstücke produziert, deren Längen normalverteilt sind. Die Länge sei nun eingestellt auf $\mu = 100$mm.
Sie vermuten jedoch, dass es zu Unregelmäßigkeiten in der Produktion kommt. Zur Qualitätskontrolle entnehmen Sie zufällig 15 Werkstücke und betrachten deren Länge (X). Sie erhalten folgende Daten.
Hinweis: Da Sie Unregelmäßigkeiten vermuten, misstrauen Sie auch der angegebenen Standardabweichung und schätzen diese lieber aus den Daten.

96,40	97,64	98,48	97,67	100,11	95,29	99,80	98,80
100,53	99,41	97,64	101,11	93,43	96,99	97,92	

Daraus ergibt sich $\bar{x} = 98{,}08$ sowie $s^2 = 3{,}91$.

a) Formulieren Sie die Hypothesen für einen zweiseitigen Test für die mittlere Länge.

b) Welchen Test würden Sie anwenden und warum?

c) Führen Sie den von Ihnen gewählten Test durch. Zu welcher Entscheidung kommt der Test ($\alpha = 0{,}05$)?

d) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für μ zum Niveau $\gamma = 1 - \alpha = 0{,}95$.

e) Sehen Sie Zusammenhänge zwischen dem Test und dem Konfidenzintervall? Können Ihnen die Grenzen eines Konfidenzintervalls bei der Entscheidungsfindung bezüglich zweiseitiger Testprobleme behilflich sein?

f) Aus Verbrauchersicht ist es vor allem interessant zu testen, ob die Werkstücke signifikant zu kurz sind (Zu lange Werkstücke könnten zur Not gekürzt werden).
Wie müssten die Hypothesen lauten, wenn Sie zeigen wollen, dass die mittlere Länge unterhalb der 100 mm liegt?
Führen Sie den entsprechenden Test durch ($\alpha = 0{,}05$).

Aufgabe 3: Sie sind neu in einem Unternehmen, welches eine ähnliche Maschine wie in Aufgabe 2 zur Produktion verwendet. Bei Ihrer Arbeit in der Qualitätssicherung stellen Sie Unregelmäßigkeiten fest. Sie haben den Verdacht, dass weniger als 95% der Werkstücke wirklich funktionsfähig sind. Sie möchten nun einerseits diesen Missstand zur Sprache bringen, andererseits aber auf jeden Fall das Risiko so klein wie möglich halten, Ärger mit dem einflussreichen Produktionsleiter zu bekommen, der sich zwangsläufig bei einer ungerechtfertigten voreiligen Meldung ergeben würde. Stellen Sie geeignete Hypothesen für einen Test auf den wahren Anteil der funktionsfähigen Werkstücke auf!